Martina Groß

Fit in Klausur und Abitur

Mathematik 11.–12./13. Klasse

Bange Verlag

2. Auflage 2019
ISBN: 978-3-8044-1599-7
PDF: 978-3-8044-5599-3

Umschlagfoto: Fotolia.com
Satz und Grafiken: SMP Oehler, Remseck
Druck und Weiterverarbeitung: Druckerei KOPA, Litauen

Tipps zum Training mit diesem Buch

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

jeder würde gerne Erfolg im Fach Mathematik und insbesondere im Abitur haben, doch selbst wenn man den Stoff verstanden hat, heißt das noch lange nicht, dass man auch in den Klausuren gute Noten schreibt. Dies liegt oft daran, dass es an der Rechenroutine mangelt. Eine Rechenregel nur theoretisch zu kennen, zum Beispiel die Produktregel für Ableitungen, heißt nicht, dass man sie auch fehlerfrei anwenden kann. Dieses Buch soll dir dabei helfen, bei regelmäßiger Anwendung deine **Rechenkompetenz** zu **schulen**. Es enthält eine **Sammlung von 72 Kurztests und 8 Übungsklausuren**, die dir **gezielt** helfen sollen, dich auf die **nächste Klausur** und das **Abitur vorzubereiten**. Die Aufgaben der Kurztests erstrecken sich auf die im hilfsmittelfreien Teil verlangten Kompetenzen und durch regelmäßige Wiederholung kannst du es schaffen, dir die wichtigsten Rechenregeln und Verfahren einzuprägen. Dies hat zur Folge, dass du diese Aufgaben sicher in der dafür vorgegebenen Zeit meisterst und für die Transferaufgaben im zweiten Teil mehr Zeit zur Verfügung hast. Die Aufgaben in den Probeklausuren stellen eine Sammlung möglicher Aufgaben aller Teile des Abiturs dar.

Die **Kurztests** sollten nach den folgenden Vorgaben bearbeitet werden:
1. Bearbeite einen oder zwei Kurztests pro Woche, je nachdem wie weit dein Fachlehrer im Unterricht gekommen ist.
2. Nimm dir **10 Minuten** Zeit für die Aufgaben. Achte genau darauf, diese Zeit einzuhalten, denn es geht nicht nur darum, die Aufgaben zu lösen, sondern auch darum, dies in einer vorgegebenen Zeit zu tun.
3. Konzentriere dich in dieser Zeit nur auf diese Aufgaben und sorge dafür, dass alle Störfaktoren ausgeschaltet sind.
4. Bearbeite die Aufgaben ohne Hilfsmittel und ohne in der Lösung nachzuschauen. Wer dies tut und sich hinterher sagt: „Das hätte ich gekonnt!“, macht sich meist etwas vor.
5. Kontrolliere anschließend deine Lösungen und notiere dir, wo deine Fehlerquellen liegen. Hierfür gibt es in diesem Buch ausführliche Lösungen.
6. Mit Hilfe des Punkteschlüssels kannst du deine Leistung einschätzen.

Die vorliegenden Kurztests und Probeklausuren sind so aufgebaut, dass sie exakt zu den **im Abitur verlangten Themen** passen: Fortführung der Differenzialrechnung, Ableitungsregeln (Produkt- und Kettenregel), Integralrechnung, Lineare Gleichungssysteme, Funktionsanpassung, Analytische Geometrie: Ebenen, Exponentialfunktionen und Wachstum, Analytische Geometrie: Skalarprodukt, Normalenvektoren, Abstände, Wahrscheinlichkeit.

Die Aufgaben können also das Lernen kontinuierlich im Laufe der Kursstufe begleiten und zudem regelmäßig wiederholt werden, um den im Abitur verlangten Stoff routiniert zu beherrschen. Zu diesem Zweck sind Aufgaben zu den Grundkompetenzen regelmäßig und unabhängig vom Kapitel in den Kurztests enthalten.

In der „heißen Phase“ vor dem Abitur können dir die **Probeklausuren** eine wertvolle Hilfe sein, denn sie beinhalten **Aufgaben, die genauso im Abitur verlangt** werden könnten. Nimm dir für ihre Bearbeitung etwa **45 Minuten** Zeit. Zur Kontrolle gibt es auch hierfür **ausführliche Lösungen**.

Inhalt

Kapitel 3: Lineare Gleichungssysteme 35

Kapitel 4: Funktionsanpassungen 38

Kapitel 5: Ebenen 40

Kapitel 6: Exponentialfunktionen 52

Kapitel 7: Skalarprodukt, Abstände und Winkel 64

Kapitel 8: Wahrscheinlichkeit 73

Probeklausuren – je 45 Minuten

Kapitel 9: Üben fürs Abitur 79

Lösungen 103

10 Minuten

Kapitel 1: Fortführung der Differenzialrechnung

1. Ableitungen und Aussagen über Funktionen

1 Bestimme die Ableitung.

a) $f(x) = 4x^3 + 6x^2 - 8x$

b) $f(x) = 0{,}5x^2 - 0{,}25x + 4$

c) $f(x) = 3\sin(x) + 2\cos(x)$

/ 4

2 Berechne f (2).

a) $f(x) = 3x^2 - 7x$

b) $f(x) = \sqrt{6x - 8}$

c) $f(x) = 4x^{-3}$

/ 4

3 Gib an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründe.

a) Eine ganzrationale Funktion vierten Grades hat 4 Nullstellen.

b) Es gibt keine Funktion, deren Ableitung an jeder Stelle den gleichen Wert hat.

c) Eine ganzrationale Funktion fünften Grades muss mindestens eine Nullstelle haben.

/ 6

Bewertung: *14 – 11 Punkte:* *10 – 6 Punkte:* *5 – 0 Punkte:*

/ 14

10 Minuten

2. Ableitungen

1 Leite zweimal ab, gib die nötigen Zwischenschritte an!

a) $f(x) = 5x^4 - 3x^3 - 12$

b) $f(x) = \frac{5}{x^4} - \frac{2}{x^6}$

c) $f(x) = 4x + 2$

d) $f(x) = 8\sqrt{x}$

/ 8

2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2x^2 - 4x + 6$.

a) Berechne $f'(3)$.

b) Berechne die Steigung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle 5.

c) An welcher Stelle hat der Graph von f die Steigung 0?

/ 4

/ 12

***Bewertung**: 12 – 9 Punkte:* *8 – 5 Punkte:* *4 – 0 Punkte:*

10 Minuten

3. Ableitungen und Aussagen über Funktionen und ihre Schaubilder

1 Leite einmal ab, gib die nötigen Zwischenschritte an!

a) $f(x) = 6x^{11} - 8x^{-5} + 7x$ ______

b) $f(x) = -\frac{3}{x^3} + \frac{4}{x^{12}}$ ______

c) $f(x) = 128^2$ ______

d) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ______

/ 6

2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -0{,}5x^2 + 6x - 4$.

a) Berechne $f'(-2)$ und x_0, so dass $f'(x_0) = 10$.

______

______

______

b) Formuliere die Aufgabenstellung aus a) auf möglichst viele Arten um.

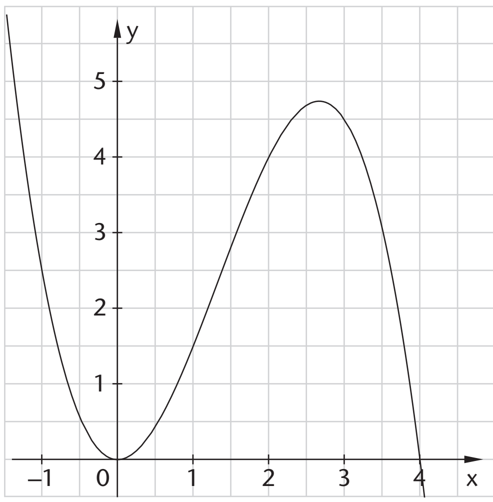
______

______

______

/ 6

3 Gegeben ist der Graph von f′. Welche Aussagen über den Verlauf des Graphen von f kann man diesem Graphen entnehmen?



______

______

______

______

______

______

______

______

/ 6

/ 18

Bewertung: *18 – 13 Punkte:* *12 – 7 Punkte:* *6 – 0 Punkte:*

10 Minuten

4. Höhere Ableitungen

1 Leite zweimal ab, gib die nötigen Zwischenschritte an und vereinfache so weit wie möglich!

a) $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 7x$

b) $f(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{4}{x^2}$

c) $f(x) = 3\sqrt{x}$

d) $f(x) = 2\cos(x)$

/ 6

2 Welche der folgenden Aussagen richtig, welche falsch? Begründe.

a) Eine ganzrationale Funktion vierten Grades muss keine Nullstelle haben.

b) Eine ganzrationale Funktion dritten Grades muss mindestens eine Extremstelle haben.

c) Wenn eine ganzrationale Funktion f keine Nullstelle hat, dann kann sie auch keine Extremstellen haben.

/ 6

/ 12

***Bewertung**: 12 – 9 Punkte: 8 – 5 Punkte: 5 – 0 Punkte:*

10 Minuten

53. Ableitungen, Stammfunktionen, Differenzialgleichungen

1 Leite einmal ab und vereinfache.

a) $f(x) = 4x \cdot e^{2x+5}$

b) $f(x) = -4e^{0,5x^2}$

c) $f(x) = 2x^2 + 4 \cdot e^{3x-1}$

/ 9

2 Bestimme eine Stammfunktion von f.

a) $f(x) = 2 \cdot e^{2x+3}$

b) $f(x) = 2x + 4e^{0,5x}$

c) $f(x) = 6x^2 - 5x + e^{4x}$

/ 8

3 Die folgenden Angaben gehören zu exponentiellen oder beschränkten Wachstumsprozessen. Gib eine Differenzialgleichung und eine passende Lösung an.

a) Zuwachs zu jedem Zeitpunkt um 12 % proportional zum Bestand, Anfangsbestand 2500

b) Zuwachs zu jedem Zeitpunkt um 8 % proportional zum Sättigungsmanko, Anfangsbestand 1800, Schranke 3200

c) Abnahme zu jedem Zeitpunkt um 4 % proportional zum Bestand, Anfangsbestand 40 000

/ 9

Bewertung: *26 – 19 Punkte:* *18 – 10 Punkte:* *9 – 0 Punkte:*

/ 26

45 Minuten

74. Probeklausur – 2 –

1 **Bestimme die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{e^{2x}}$.**

/ 3

2 **Löse die Gleichung für $0 \leqq x \leqq 2\pi$: $\cos(x) \cdot (\cos(x) + 1) = 2$.**

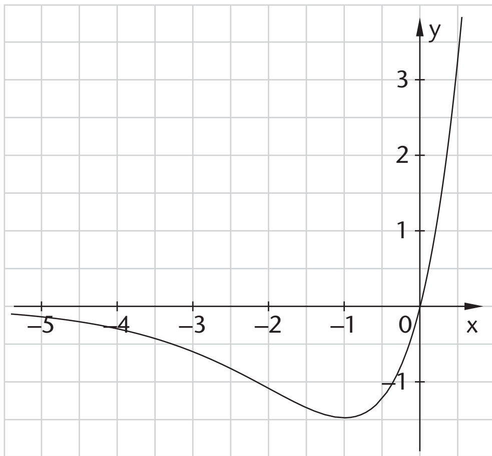
/ 4

3 **Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f.**

a) Bestimme $f'(-2)$ näherungsweise.

b) F ist eine Stammfunktion von f. Begründe, dass jede Funktion F an der Stelle $x = 0$ ein Minimum hat.

c) Stimmt es, dass der Graph von f' durch den Punkt $P(-1|0)$ verläuft? Begründe.



/ 6

4 Löse das lineare Gleichungssystem.

$$\begin{array}{lrcl} \text{I} & x - 2y - 3z & = & 3 \\ \text{II} & 7x - 3y - 4z & = & 16 \\ \text{III} & -3x + 5y + 2z & = & -14 \end{array}$$

/ 3

5 Gegeben ist die Ebene E mit E: $2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$ und ein Punkt $P(3|-2|1)$, der nicht in E liegt. Spiegele E an P.

/ 5

6 Beim Biathlon werden zwischen fünf Langlaufrunden viermal fünf Schüsse abgegeben. Die Trefferquote einer sehr guten Sportlerin liegt durchschnittlich bei 81,1 %.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit für genau einen Fehlschuss.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für 20 Treffer.

c) Gib den Erwartungswert und seine Wahrscheinlichkeit an.

d) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für mindestens 16 Treffer?

/ 12

/ 33

***Bewertung**: 33 – 21 Punkte: 22 – 12 Punkte: 11 – 0 Punkte:*

Lösungen

Kapitel 1: Fortführung der Differenzialgleichung

1. Ableitungen und Aussagen über Funktionen

Seite 7 ‹

1 Bestimme die Ableitung.

a) $f(x) = 4x^3 + 6x^2 - 8x$ $f'(x) = 12x^2 + 12x - 8$ ***(1 P)***

b) $f(x) = 0{,}5x^2 - 0{,}25x + 4$ $f'(x) = x - 0{,}25$ ***(1 P)***

c) $f(x) = 3\sin(x) + 2\cos(x)$ $f'(x) = 3\cos(x) - 2\sin(x)$ ***(2 P)***

2 Berechne $f(2)$.

a) $f(x) = 3x^2 - 7x$ $f(2) = -2$ ***(1 P)***

b) $f(x) = \sqrt{6x - 8}$ $f(2) = 2$ ***(2 P)***

c) $f(x) = 4x^{-3}$ $f(2) = 0{,}5$ ***(1 P)***

3 Gib an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründe.

a) Eine ganzrationale Funktion vierten Grades hat 4 Nullstellen.
Falsch. Eine ganzrationale Funktion vierten Grades hat maximal 4 Nullstellen. ***(2 P)***

b) Es gibt keine Funktion, deren Ableitung an jeder Stelle den gleichen Wert hat.
Falsch. Gegenbeispiel: Bei einer Geraden ist die Steigung überall gleich und somit ist die Ableitung an jeder Stelle gleich. ***(2 P)***

c) Eine ganzrationale Funktion fünften Grades muss mindestens eine Nullstelle haben.
Richtig. Für eine ganzrationale Funktion mit ungeradem Grad gilt:
Für $x \to +\infty$ gilt $f(x) \to +\infty$ und für $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to -\infty$ oder
für $x \to +\infty$ gilt $f(x) \to -\infty$ und für $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to +\infty$.
Damit zeigt ein „Arm“ des Graphen nach oben und einer nach unten, die Funktion muss also eine Nullstelle haben. ***(2 P)***

2. Ableitungen

Seite 8 ‹

1 Leite zweimal ab, gib die nötigen Zwischenschritte an!

a) $f(x) = 5x^4 - 3x^3 - 12$
$f'(x) = 20x^3 - 9x^2$ ***(1 P)***
$f''(x) = 60x^2 - 18x$ ***(1 P)***

b) $f(x) = \frac{5}{x^4} - \frac{2}{x^6} = 5x^{-4} - 2x^{-6}$
$f'(x) = -20x^{-5} + 12x^{-7} = -\frac{20}{x^5} + \frac{12}{x^7}$ ***(1 P)***
$f''(x) = 100x^{-6} - 84x^{-8} = \frac{100}{x^6} - \frac{84}{x^8}$ ***(1 P)***

c) $f(x) = 4x + 2$
$f'(x) = 4$ ***(1 P)***
$f''(x) = 0$ ***(1 P)***

d) $f(x) = 8\sqrt{x} = 8x^{\frac{1}{2}}$
$f'(x) = 4x^{-\frac{1}{2}} = \frac{4}{\sqrt{x}}$ ***(1 P)***
$f''(x) = -2x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{x^3}}$ ***(1 P)***

hier abtrennen

Kapitel 9: Üben fürs Abitur

Seite 79 ‹

73. Probeklausur – 1 –

1 Bestimme die erste Ableitung der Funktion f.

a) $f(x) = \ln(2x+4)$ für $x > -2$ $\qquad f'(x) = \frac{2}{2x+4} = \frac{1}{x+2}$ ***(2 P)***

b) $f(x) = \frac{1}{3x} \cdot \sin(3-5x)$ $\qquad f'(x) = -\frac{1}{3x^2} \cdot \sin(3-5x) + \frac{1}{3x} \cdot \cos(3x-5)(-5)$

$f'(x) = -\frac{1}{3x^2} \cdot \sin(3-5x) - \frac{5}{3x} \cdot \cos(3x-5)$ ***(3 P)***

2 Bestimme eine Stammfunktion der Funktion f.

a) $f(x) = \frac{1}{3x-4} = (3x-4)^{-1}$ $\qquad F(x) = \frac{1}{3} \cdot \ln(|3x-4|)$ ***(2 P)***

b) $f(x) = \frac{5}{5-2x} = 5 \cdot (5-2x)^{-1}$ $\qquad F(x) = -\frac{5}{2} \cdot \ln(|5-2x|)$ ***(2 P)***

3 Löse die folgenden Gleichungen.

a) $2e^{2x} - 6e^x + 4 = 0$

Substitution: $e^x = u$

$2u^2 - 6u + 4 = 0$ ***(1 P)***

$u_{1/2} = \frac{6 \pm \sqrt{36-32}}{4}$ $\qquad u_1 = 2$ $\qquad u_2 = 1$ ***(1 P)***

Resubstitution: $u = e^x$

$e^x = 2$ $\qquad x_1 = \ln(2)$

$e^x = 1$ $\qquad x_2 = 0$ ***(1 P)***

b) $\cos(x) \cdot \sin(x) = 0 \quad 0 \leqq x \leqq 2\pi$

$\cos(x) = 0$ $\qquad$ oder $\qquad \sin(x) = 0$ ***(1 P)***

$x_1 = \frac{\pi}{2}$ $\qquad x_3 = 0$

$x_2 = \frac{3\pi}{2}$ ***(1 P)*** $\qquad x_4 = \pi$

$x_5 = 2\pi$ ***(1 P)***

Seite 80 ‹

4 Gegeben ist die Gerade g mit g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$ und $P(1|3|-4)$. Berechne den Abstand des Punktes P von der Geraden g.

a) Hilfsebene E bestimmen:

Die Ebene E soll senkrecht zur Geraden g sein und Punkt P enthalten.

- der Richtungsvektor von g ist $\vec{n_E}$
- $\vec{p} \cdot \vec{n} = d$

E: $2x_1 + 2x_2 - x_3 = 12$ ***(1 P)***

b) Lotfußpunkt L berechnen:

L ist der Durchstoßpunkt der Geraden g durch die Ebene E: g in E einsetzen.

$2 \cdot (-1+2t) + 2 \cdot (-5+2t) - (3-t) = 12$

$9t - 15 = 12$

$t = 3$

$t = 3$ in g einsetzen liefert $L(5|1|0)$. ***(2 P)***

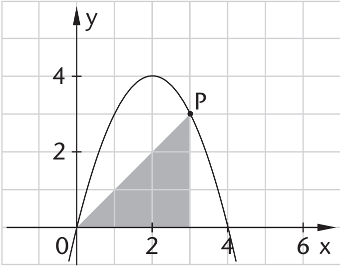
c) Abstand von P zu L berechnen:

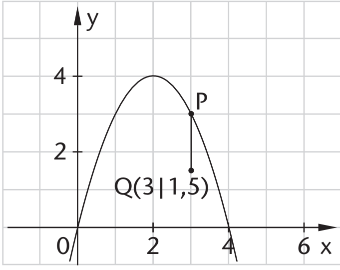
$d(P; g) = d(P; L) = |\overrightarrow{LP}| = \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{16+4+16} = 6$

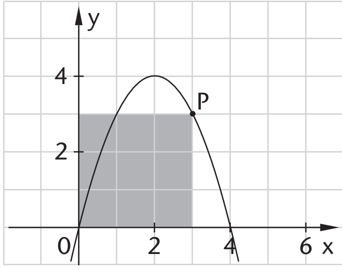
Der Punkt P hat von der Geraden g den Abstand 6 LE. ***(1 P)***

hier abtrennen

5 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^2 + 4x$ und ein Punkt $P(u|v)$ auf dem Graphen von f.
Bestimme die Terme der Zielfunktionen, die zu den folgenden dargestellten Sachverhalten passen.







maximaler Flächeninhalt des Dreiecks

$A(u) = \frac{1}{2} \cdot u \cdot (-u^2 + 4u)$

$A(u) = -\frac{1}{2} \cdot u^3 + 2u^2$ ***(3 P)***

minimaler Abstand der Punkte P und Q

$d(P; Q)$

$= \sqrt{(f(u) - 1{,}5)^2 + (u - 3)^2}$

$= \sqrt{(-u^2 + 4u - 1{,}5)^2 + (u - 3)^2}$ ***(3 P)***

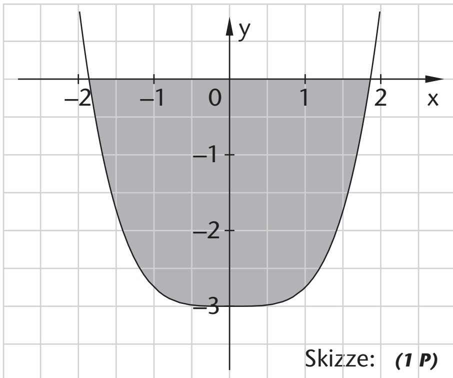
maximaler Umfang des Rechtecks

$U(u) = 2 \cdot u + 2 \cdot f(u)$

$U(u) = -2 \cdot u^2 + 10u$ ***(3 P)***

6 Ein antiker Abwasserkanal wird modellhaft beschrieben durch die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3$ *Seite 81 ‹*
(1 LE = 1 m, die x-Achse entspricht dem Straßenniveau).

a) Skizziere den Querschnitt des Abwasserkanals (Maßstab 1 : 100) und berechne den Flächeninhalt seiner Querschnittsfläche.



1. Nullstellen bestimmen:

$f(x) = 0$

$0{,}25x^4 - 3 = 0$

$x^4 = 12 \quad x_1 = -\sqrt[4]{12} \qquad x_2 = \sqrt[4]{12}$ ***(1 P)***

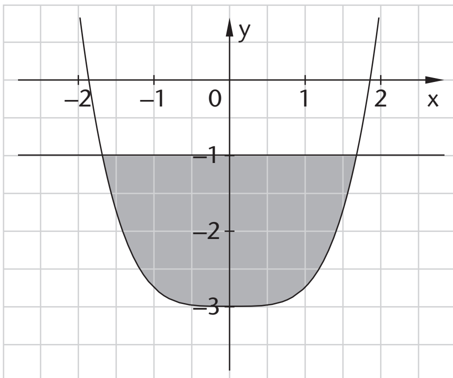
2. Flächeninhalt berechnen:

$$A_1 = \left| \int_{-\sqrt[4]{12}}^{\sqrt[4]{12}} \left(\frac{1}{4}x^4 - 3\right) dx \right| = \left| \left[\frac{1}{20}x^5 - 3x\right]_{-\sqrt[4]{12}}^{\sqrt[4]{12}} \right|$$

TR liefert: $A_1 \approx 8{,}93$. ***(1 P)***

Der Abwasserkanal hat eine Querschnittsfläche mit der Größe 8,93 m².

b) Bei langandauernden Regenfällen steht das Wasser 2 m hoch im Kanal (2 m über der tiefsten Stelle des Kanals). Bestimme näherungsweise, wie viel Wasser der Kanal auf einer Länge von 500 m fasst.



Die Querschnittsfläche des mit Wasser gefüllten Teils des Kanals entspricht der Fläche zwischen dem Schaubild von f und der Geraden g mit $g(x) = -1$.
Im Folgenden wird also die Differenzfunktion
$h = g - f$ mit $h(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 2$ betrachtet.

1. Berechnen der neuen Nullstellen:

$h(x) = 0 \quad -0{,}25x^4 + 2 = 0$

$x^4 = 8 \quad x_1 = -\sqrt[4]{8} \qquad x_2 = \sqrt[4]{8}$ ***(1 P)***

2. Volumen berechnen: (mit TR)

$V_1 = 500 \cdot A_2$ ***(1 P)***

$$= 500 \cdot \int_{-\sqrt[4]{8}}^{\sqrt[4]{8}} \left(-\frac{1}{4}x^4 + 2\right) dx = 500 \cdot \left[-\frac{1}{20}x^5 + 2x\right]_{-\sqrt[4]{8}}^{\sqrt[4]{8}}$$ ***(1 P)***

$\approx 500 \cdot 5{,}38 = 2690{,}86$ ***(1 P)***

Der Kanal fasst ca. 2690,86 m³ Wasser.

hier abtrennen

c) Wie viel Wasser könnte der Kanal im gleichen Abschnitt noch aufnehmen?
$V_2 = 500 \cdot (A_1 - A_2) \approx 500 \cdot (8{,}93 - 5{,}38) = 1775$
Der Abwasserkanal könnte noch 1775 m³ Wasser aufnehmen. ***(1 P)***

Seite 82 ‹

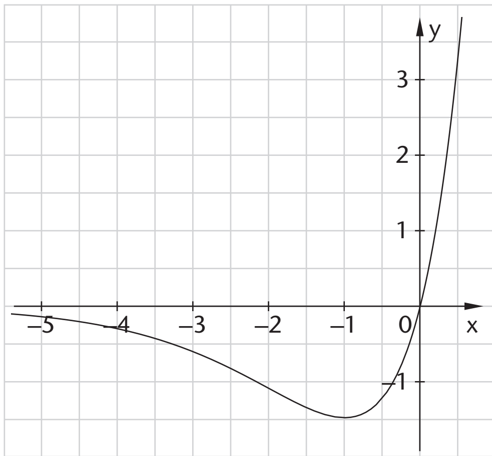
74. Probeklausur – 2 –

1 Bestimme die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{e^{2x}}$.

$f(x) = e^{-2x}$ ***(1 P)*** $f'(x) = -2 \cdot e^{-2x} = -\frac{2}{e^{2x}}$ ***(2 P)***

2 Löse die Gleichung für $0 \leqq x \leqq 2\pi$: $\cos(x) \cdot (\cos(x) + 1) = 2$.
$\cos(x) \cdot (\cos(x) + 1) = 2$
$(\cos(x))^2 + \cos(x) - 2 = 0$ ***(1 P)***
Substitution: cos (x) = u
$u^2 + u - 2 = 0$ ***(1 P)***
$(u - 1)(u + 2) = 0$
$u_1 = 1$ $u_2 = -2$ ***(1 P)***
Resubstitution: u = cos (x)
$\cos(x) = 1$ $\cos(x) = -2$
$x_1 = 0$ keine weiteren Lösungen
$x_2 = 2\pi$ ***(1 P)***

3 Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f.



a) Bestimme $f'(-2)$ näherungsweise.
Durch Ablesen ergibt sich $f'(-2) \approx -0{,}5$. ***(2 P)***
b) F ist eine Stammfunktion von f. Begründe, dass jede Funktion F an der Stelle x = 0 ein Minimum hat.
f gibt die Steigung von F an. An der Stelle x = 0 hat f eine Nullstelle mit VZW von – nach +. Deshalb hat F dort ein Minimum. ***(2 P)***
c) Stimmt es, dass der Graph von f′ durch den Punkt P(–1|0) verläuft? Begründe.
Das stimmt, denn der Graph von f hat an der Stelle x = –1 einen Tiefpunkt, deshalb muss gelten: $f'(-1) = 0$, der Graph von f′ verläuft also durch den Punkt P(–1|0). ***(2 P)***

Seite 83 ‹

4 Löse das lineare Gleichungssystem.

$$\begin{array}{lrcl} \text{I} & x - 2y - 3z &=& 3 \\ \text{II} & 7x - 3y - 4z &=& 16 \\ \text{III} & -3x + 5y + 2z &=& -14 \end{array}$$

$L = \{(2, -2, 1)\}$ ***(3 P)***

5 Gegeben ist die Ebene E mit E: $2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$ und ein Punkt P(3|–2|1), der nicht in E liegt. Spiegele E an P.
Wähle einen beliebigen Punkt Q auf E: Q(1|1|0). ***(1 P)***
Einen Punkt R auf der gespiegelten Ebene F erhält man mit: $\vec{r} = \vec{p} + \overrightarrow{QP}$ ***(1 P)***

$\vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ R(5|–5|2) ***(1 P)***

Da F parallel zu E sein muss, gilt: F: $2x_1 + 2x_2 - x_3 = d$, ***(1 P)***
R einsetzen liefert: d = –2.
Die gesuchte Ebene ist F: $2x_1 + 2x_2 - x_3 = -2$. ***(1 P)***

hier abtrennen