KÖNIGS LERNHILFEN

Ilse Gretenkord

TEXTAUFGABEN EINFACH VERSTEHEN UND SICHER LÖSEN

MATHEMATIK

7./8. Klasse Gymnasium und Gesamtschule

Bange Verlag

Über die Autorin:
Ilse Gretenkord, geb. 1955 in Duisburg, lehrte als Studienrätin die Fächer Mathematik, kath. Religionslehre und Psychologie am Gymnasium Marienberg in Neuss.

1. Auflage 2021
ISBN: 978-3-8044-1237-8
PDF: 978-3-8044-5337-1

Redaktion: Herbert Rauck, Stuttgart
Satz: SMP Sandra Oehler, Remseck am Neckar
Titelabbildung: © Titelabbildung: Schülerin mit Hintergrund: © denisismagilov – stock.adobe.com; grafische Zeichnungen: © fontissimo.com und © fiodarpiatrykin – stock.adobe.com
Illustrationen: Achim Schulte, Dortmund
Druck und Weiterverarbeitung: Kopa, Litauen

6. LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME

7. UNGLEICHUNGEN, BRUCHGLEICHUNGEN, BIN. FORMELN

8. DATEN UND WAHRSCHEINLICHKEIT

LÖSUNGEN

Tipps zum Training mit diesem Buch

Das Lösen von Text- und Sachaufgaben bereitet vielen Schülerinnen und Schülern Schwierigkeiten.
Wenn du aber einige **Grundregeln** beachtest, wie z. B. „Den Text sorgfältig lesen“ oder „Wichtige Informationen unterstreichen“, wird es schon viel einfacher.

Diese Regeln werden in einigen **„Lösungsstrategien“** ausführlich erläutert. Außerdem werden diese in etlichen **Beispielen** angewendet und die **Lösungen dieser Beispiele** ausführlich „vorgerechnet“.

Zusätzlich werden dir vor jedem neuen Thema unter “Was ist besonders zu beachten?” Hinweise zum strategischen Vorgehen gegeben. Außerdem findest du unter “Das brauchst du” alle Mathematischen Begriffe (Definitionen, Formeln, Gesetze, etc.), die für das jeweilige Thema relevant sind.

Das Buch enthält eine **Fülle von Text- und Sachaufgaben**, wie sie im Mathematikunterricht des 7. und 8. Schuljahrs immer wieder vor kommen. Das **Inhaltsverzeichnis** liefert eine ausführliche Übersicht über alle Themen.

- Versuche zunächst, die Aufgaben selbstständig zu lösen.
- Wenn dir eine Idee zur Lösung fehlt, kannst du unter dem Stichwort „**Lösungsidee**“ am Anfang jeder Lösung wichtige Hinweise finden.
- Wenn du die Aufgabe gelöst hast, kannst du mithilfe der Lösungen (ab Seite 79) überprüfen, ob deine Lösung richtig ist.
- Solltest du die Aufgabe gar nicht selbst lösen können, dann arbeite die Lösung im Buch Schritt für Schritt durch. Auch so kannst du viel lernen.
- In allen Kapiteln findest du zunächst einfache Aufgaben. Besonders anspruchsvolle oder aufwändige Aufgaben sind mit einem ☆ gekennzeichnet.

Hinweis: In den Lösungen wird meist ohne Verwendung der Maßeinheiten gerechnet. Diese werden in der Regel erst am Ende in der Antwort hinzugefügt.

1. LÖSUNGSSTRATEGIEN

1.1 Lösungsstrategien für Text- und Sachaufgaben

So kannst du einfach Text- und Sachaufgaben lösen:

1. Lies den Text genau durch.
2. Unterstreiche alle für die Lösung der Aufgabe wichtigen Angaben.
3. a) Formuliere eine passende Frage für das Endergebnis, falls in der Aufgabe keine Frage gestellt wird.

   b) Formuliere als Hilfestellung Zwischenfragen, die dich zu Teilergebnissen führen.
4. Formuliere zunächst eine Lösungsidee. Schreibe auf, in welchen Schritten du zum gewünschten Ergebnis kommen möchtest.
5. Führe die nötigen Rechenschritte aus.
6. Mach eine Probe am Text der Aufgabe, wenn sinnvoll möglich.
7. Formuliere eine Antwort, die genau zur Frage passt.

Beispiel
zu **1.** und **2.**

Bei-spiel

Herr Mus verspricht seinem Sohn Tim an seinem 12. Geburtstag:
„Ab jetzt bekommst du jedes Jahr ca. 15 % mehr Taschengeld im Monat, bis du volljährig bist. Ich werde immer auf volle Euro aufrunden."
Bisher hat Tim 30 € monatlich bekommen.

3. a) und **b) Passende Frage:**
Wie viel Taschengeld bekommt Tim im 13., im 14., ..., im 18.Lebensjahr?

4. Lösungsidee:
Für das 13. Lebensjahr:
Ich berechne 15 % des momentanen Taschengeldes, runde die 15% auf volle Euro auf und addiere sie zu dem momentanen Taschengeld.

Für die weiteren Lebensjahre:
Ich berechne von dem jeweils aktuellen (im Jahr zuvor erhöhten Taschengeld) 15 %, runde diese auf volle Euro auf und addiere sie zu dem letzten Taschengeldbetrag hinzu.

5. **Lösung:**

13. Lebensjahr:
30,00 € · 0,15 = 4,50 €; aufgerundet 5,00 €
30,00 € + 5,00 € = **35,00 €**

14. Lebensjahr:
35,00 € · 0,15 = 5,25 €; aufgerundet 6,00 €
35,00 € + 6,00 € = **41,00 €**

15. Lebensjahr:
41,00 € · 0,15 = 6,15 €; aufgerundet 7,00 €
41,00 € + 7,00 € = **48,00 €**

16. Lebensjahr:
48,00 € · 0,15 = 7,20 €; aufgerundet 8,00 €
48,00 € + 8,00 € = **56,00 €**

17. Lebensjahr:
56,00 € · 0,15 = 8,40 €; aufgerundet 9,00 €
56,00 € + 9,00 € = **65,00 €**

18. Lebensjahr:
65,00 € · 0,15 = 9,75 €; aufgerundet 10,00 €
65,00 € + 10,00 € = **75,00 €**

6. **Probe:**

Du könntest noch einmal alles kurz nachrechnen.

7. **Antwort:**

Im 13. Lebensjahr bekommt Tim 35,00 € Taschengeld im Monat,
im 14. Lebensjahr 41,00 €, im 15. Lebensjahr 48,00 €,
im 16. Lebensjahr 56,00 €, im 17. Lebensjahr 65,00 € und
im 18. Lebensjahr 75,00 €.

1.2 Lösungsstrategie für geometrische Sachaufgaben

So kannst du geometrische Sachaufgaben lösen:

1. Lies den Text sorgfältig durch.
2. Unterstreiche alle für die Lösung der Aufgabe wichtigen Angaben.
3. Schreibe angegebene Maße heraus und wandle, falls nötig, alle in eine einheitliche Maßeinheit um.
4. Formuliere, falls nicht vorhanden, eine passende Fragestellung.
5. Betrachte eventuell vorhandene Abbildungen sehr genau. Oft sind dort die benötigten Größen eingetragen oder müssen nachgetragen werden. Zeichne, wenn nötig, Hilfslinien in die Abbildung ein.
6. Fertige selbst Skizzen an, falls keine Abbildungen vorhanden sind. Zeichne vor der Konstruktion von Dreiecken zunächst eine Planfigur.
7. Formuliere zunächst eine Lösungsidee, indem du aufschreibst, in welchen Schritten du zum gewünschten Ergebnis kommen möchtest.
8. Wende zur Berechnung von Längen, Flächeninhalten und Rauminhalten die dir bekannten Formeln an.
9. Formuliere eine zur Fragestellung passende Antwort.

Beispiel

Bei-spiel

Frau Ahled muss täglich von Ort A nach Ort B zur Arbeit fahren. Doch die 2,3 km lange Straße von A nach B ist wegen Fahrbahnarbeiten gesperrt. Von Ort A geht im 75°-Winkel eine Straße nach Ort C ab, die 1,8 km lang ist. Von Ort C führt eine weitere Straße zu Ort B.

a) Wie lang ist die Straße von Ort C bis Ort B?

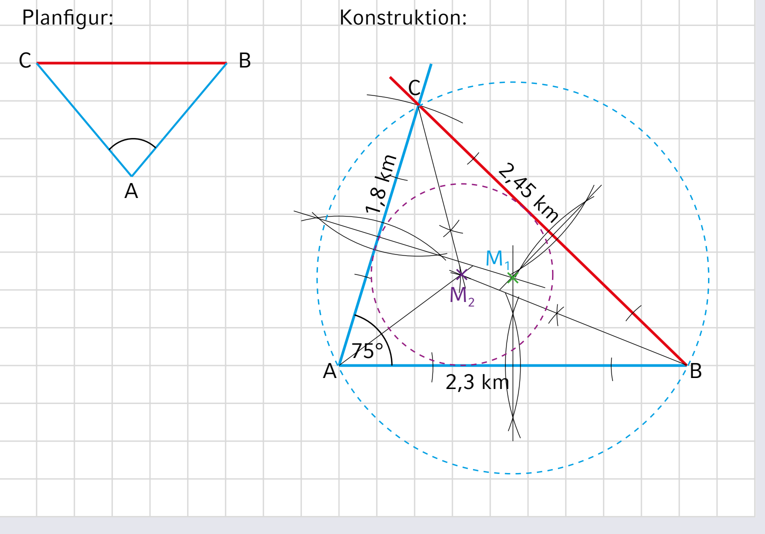
b) Wie lang ist der Umweg, den Frau Ahled täglich fahren muss?

c) Konstruiere Inkreis und Umkreis des Dreiecks.

Lösungsidee

Zeichne eine Planfigur. Hier kannst du das Dreieck konstruieren nach dem Kongruenzsatz SWS. Wähle den Maßstab 1: 50.000.
Konstruiere den Punkt M_1 als Mittelpunkt des Umkreises.
Konstruiere den Punkt M_2 als Mittelpunkt des Inkreises.

Lösungen:



a) Zeichne die Strecke $\overline{AB} = c = 4{,}6$ cm. In A an c trage den Winkel $\alpha = 75°$ an. Der Kreisbogen um A mit dem Radius $r = 3{,}6$ cm schneidet den freien Schenkel des Winkels α in C. Verbinde B mit C. Miss die Strecke $|BC|$. Sie ist 4,9 cm lang.
Das sind in Wirklichkeit 2,45 km.

b) 1,8 km + 2,45 km = 4,25 km
4,25 km – 2,3 km = 1,95 km

c) M_1 ist der Punkt, in dem sich alle Mittelsenkrechten der Dreiecksseiten schneiden. Der Kreisbogen um M_1 geht durch die Dreieckspunkte A, B, C.
M_2 ist der Punkt, in dem sich alle Winkelhalbierenden der Innenwinkel des Dreiecks schneiden. Der Kreisbogen um M_2 berührt alle Dreiecksinnenseiten.

Antworten:

a) Die Straße von B nach C ist 2,45 km lang.

b) Frau Ahled muss täglich 1,95 km Umweg fahren.

2. LINEARE FUNKTIONEN UND LINEARE GLEICHUNGEN

Was ist hier besonders zu beachten?

- Wenn du von einer Geraden genau zwei Punkte kennst, kannst du die Gerade eindeutig zeichnen.

- Du brauchst zum Zeichnen einer Geraden nicht unbedingt immer eine Wertetabelle, sondern kannst mit dem Steigungsdreieck vorgehen.

- **Angenommen:** $f(x) = -2x + 3$

  Einen Punkt der Geraden hat man sofort: für $x = 0$ ist $f(0) = -2 \cdot 0 + 3 = 3$; also geht die Gerade durch den Punkt $P(0\,|\,3)$. Gehe nun von $P(0\,|\,3)$ aus eine Einheit nach rechts und zwei Einheiten nach unten. Dann erhältst du den benötigten zweiten Punkt.

- **Angenommen:** $g(x) = \frac{2}{3}x - 1$

  Gehe von $Q(0\,|\,-1)$ aus drei Einheiten nach rechts und zwei Einheiten nach oben. Dann erhältst du den benötigten zweiten Punkt.

Das brauchst du:

Lineare Funktionen

$f(x) = mx + t$: lineare Funktion
Graph: Gerade
m: Steigung; $m > 0$ Gerade steigt; $m < 0$ Gerade fällt;
$m = 0$ die Gerade ist parallel zur x-Achse

Bestimmung von m durch zwei Punkte $P_1(x_1 \mid f(x_1))$ und $P_2(x_2 \mid f(x_2))$:
$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

Bestimmung von t:
Einen Punkt einsetzen, z. B. $P_1(x_1 \mid f(x_1))$: $f(x_1) = m \cdot x_1 + t$ und nach t auflösen.

Nullstelle von $f(x) = mx + t$: Setze $f(x) = 0$

Schnittpunkt zweier Geraden $f(x) = m_1 \cdot x + t_1$ und $g(x) = m_2 \cdot x + t_2$:

Setze $f(x) = g(x)$ und löse nach x auf; setze x in $f(x)$ oder $g(x)$ ein, um die y-Koordinate des Schnittpunktes zu erhalten.

Zum Lösen von Linearen Gleichungen werden Äquivalenzumformungen benutzt, um die Terme zu vereinfachen.
Auf beiden Seiten der Gleichung darf derselbe Term addiert, subtrahiert, mit ihm multipliziert und durch ihn ($\neq 0$) dividiert werden.
Eine Gleichung kann eine, keine oder unendlich viele Lösungen haben.

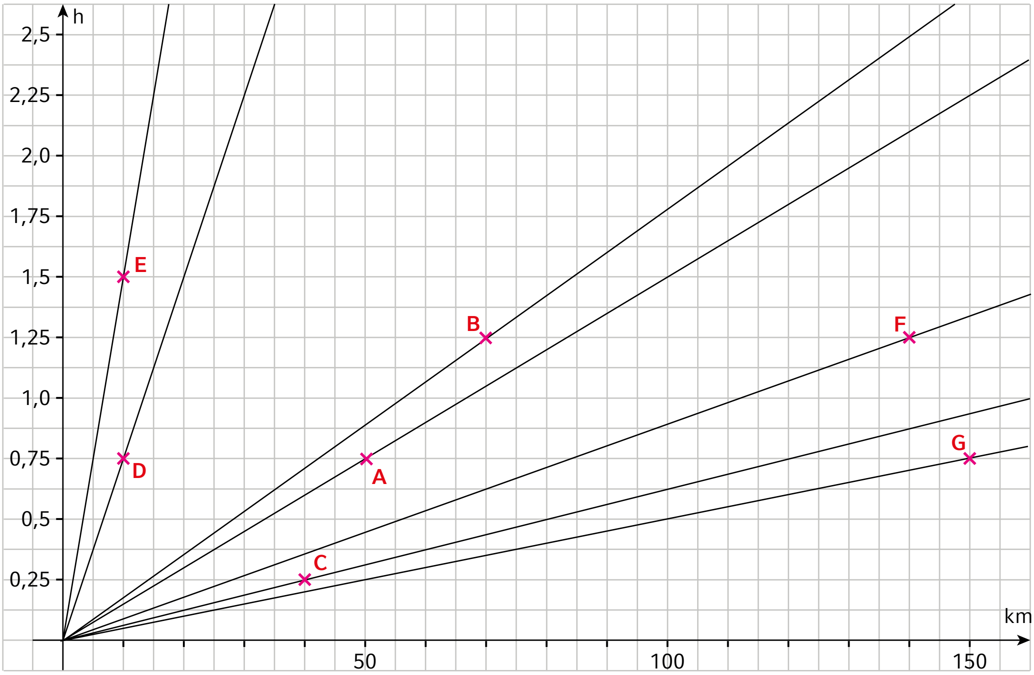
2.1 Lineare Funktionen

☆ **1.** Die x-Achse bezeichnet die Wegstrecke (in km), die y-Achse die Fahrzeit (in h) verschieden schnell fahrender Fahrzeuge.

a) Betrachte die eingezeichneten Geraden. Begründe, warum diese Geraden proportionale Zuordnungen darstellen.

b) Was sagen die Steigungen der Geraden aus? Berechne die dargestellten Werte.

c) Gib die Geschwindigkeiten der Fahrzeuge in $\frac{m}{s}$ an.



2. Ein Ausflugsschiff fährt an der Anlegestelle A (3 | 3) ab, überquert den See gradlinig und legt bei B (7 | 9) an.
Zeichne die zum Fahrweg gehörige Gerade, bestimme deren Steigung und die Gleichung der Geraden.

3. a) Zeichne ein Dreieck mit A (0 | 0), B (3 | 1) und C (2 | 6) in ein Koordinatensystem. Gib die Geradengleichungen an, die zu den Dreiecksseiten gehören.

b) Weise nach, dass die Schnittpunkte der Geraden die Dreieckspunkte ergeben.

c) Berechne die Nullstellen.

4. Zeichne die Gerade $g(x) = -0{,}5x$; verändere sie so, dass ihre Steigung betragsmäßig dieselbe bleibt, nur positiv wird und dass sie die y-Achse in $P\,(0\,|\,-1{,}5)$ schneidet.
Gib die Funktionsgleichung von h an und zeichne auch diese Gerade.
Berechne die Nullstellen und den Schnittpunkt der Geraden.

5. In welchen Punkten schneiden die Geraden $y = 4$ und $y = 8$ die Gerade $f(x) = 2x + 5$?

a) Löse rechnerisch und zeichnerisch.
b) Welche Steigung haben die beiden ersten Geraden?
c) Normalerweise schneiden sich drei Geraden in drei Punkten. Wieso ist das hier nicht der Fall?

6. In welchen Punkten schneiden sich die Geraden $x = 2{,}5$; $x = 6{,}5$; $y = -3{,}5$ und $y = 1{,}5$?

a) Löse zeichnerisch und rechnerisch.
b) Welche Fläche wird von den vier Geraden eingeschlossen?
c) Berechne den Flächeninhalt dieser Fläche.
d) Wie viel Prozent der Fläche liegt oberhalb, wie viel Prozent unterhalb der x-Achse?
e) Welche Gerade würde die Fläche horizontal halbieren? Gib die Geradengleichung an.
f) Wie heißen die Geradengleichungen der Geraden, die die Fläche vertikal vierteln?

7. Zeichne die Gerade $f(x) = 2{,}25x - 4{,}5$. Zeichne anschließend Geraden mit doppelter Steigung und vierfacher Steigung, aber jeweils mit demselben y-Achsenabschnitt.
Lies die Nullstellen der drei Geraden ab und berechne sie anschließend.

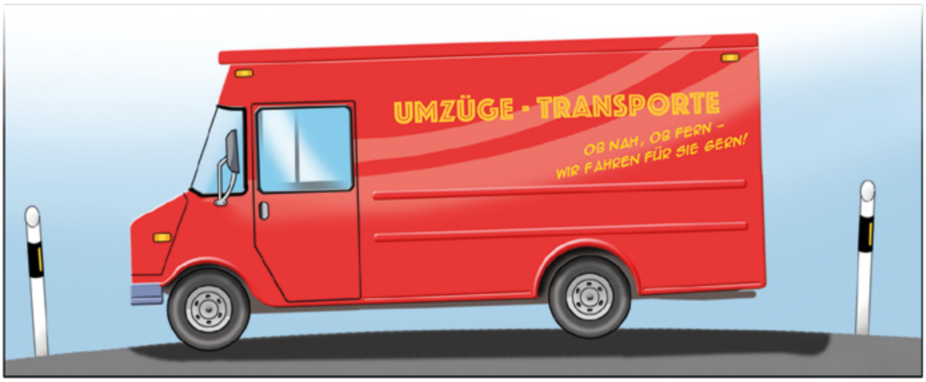
8. Auf der Insel Bali bezahlt man mit Indonesischen Rupiahs. Für 1 € bekommt man 17 202,47 IR, für 5 € erhält man 86 012,35 IR.
Zwei Freundinnen, die gerade auf Bali Urlaub machen, jubeln. Svenja meint: „Ich habe gerade 60 € umgetauscht und bin jetzt Millionärin.“ Stimmt das?
Erstelle eine Funktionsvorschrift, um Svenjas Aussage zu überprüfen.

9. Elif möchte umziehen. Er hat zwar viele Umzugshelfer, braucht aber einen Transporter für die Möbel von seiner jetzigen Wohnung in die neue, die 60 km entfernt liegt.
Beim Autoverleih holt er sich Angebote sein.

1. Angebot: 50 € pro Tag und 0,60 $\frac{€}{km}$

2. Angebot: 40 € pro Tag und 0,80 $\frac{€}{km}$

a) Berechne, welches Angebot für Elif günstiger ist.
b) Zeichne die Funktionsgraphen. Lies aus der Zeichnung ab, bei welcher Entfernung beide Angebote gleich wären. Bestätige das Ergebnis anschließend durch Berechnung.



☆ **10.** Nach einem großen Unwetter sind viele Keller voll Wasser gelaufen.
Die Feuerwehr muss anrücken und mit ihren großen Pumpen das Wasser auspumpen. Im Keller eines großen Hauses sind 42 m^3 Wasser aufgelaufen. Nach 10 Minuten sind es noch 38 m^3. Der Auspumpvorgang verläuft linear.
a) Ermittle die Funktionsvorschrift.
b) Nach welcher Zeit ist der Keller leer gepumpt?
c) Skizziere den zugehörigen Funktionsgraphen.
d) Beschreibe die Eigenschaften des Funktionsgraphen.

Der Keller des Nachbarhauses ist etwas weniger vollgelaufen – nur 40m^3.
Da jedoch die Feuerwehr bereits überlastet ist, benutzt der Nachbar seine starke Teichpumpe, um seinen Keller leer zu pumpen.
Trotzdem hat er nach 20 Minuten noch 36m^3 Wasser in seinem Keller.
e) Bearbeite für diesen Pumpvorgang alle Teilaufgaben a) – d), wobei du die Gerade in dasselbe Koordinatensystem einzeichnest.
f) Gib zeichnerisch und rechnerisch an, wo die beiden Geraden sich schneiden.

2.2 Lineare Gleichungen und Zahlenrätsel

11. Julian spart monatlich 10 € für einen 250 € teuren DVD-Player, Roman spart ebenfalls monatlich 10 € für ein 300 € teures Handy. Nach einer gewissen Zeit lassen sich ihre Sparvorgehensweisen mit linearen Gleichungen ausdrücken, die auch gleichzeitig Funktionsgleichungen für Geraden sind.
Julian: $f(x) = 10x + 100$
Roman: $g(x) = 10x + 50$

a) Was drücken die beiden (Funktions-)Gleichungen aus?
b) Berechne den Schnittpunkt der Geraden?
Gib c) – f) in Monaten an.
c) Wann hat Julian sein Sparziel erreicht?
d) Wann hat Roman sein Sparziel erreicht?
e) Wann hat Julian mit dem Sparen begonnen?
f) Wann hat Roman mit dem Sparen begonnen?
g) Zeichne beide Geraden in ein geeignetes Koordinatensystem.

12. Die Zwillingen Esra und Ela lieben Tiere über alles. Besonders interessieren sie sich für bedrohte Tierarten und für solche, die in Auffangstationen gerettet werden. Dafür sind viele Spenden nötig.
Esra und Ela haben deshalb beschlossen, sich beim letzten Weihnachtsfest nichts für sich selber zu wünschen, sondern von der ganzen Verwandtschaft zusammen einen Geldbetrag zu erbitten, von dem sie monatlich 5 € an eine Tierorganisation spenden können.
Weil alle für den guten Zweck großzügig zusammengelegt haben, bekamen beide Mädchen je 300 € als Geldgeschenke.
Sie zahlten das Geld auf ihre Konten und konnten ab Januar 2021 einen Dauerauftrag über 5 € pro Monat einrichten.

a) Überlege, ob $f(x) = -5x + 300$ und $g(x) = -5x + 300$ die Abbuchungen der Spenden widerspiegelt.
Die Abbuchung soll erst jeweils zum 5. eines Monats erfolgen.
Wie viel Geld liegt am 2. 1. 2021 auf den Konten der Zwillinge?
b) Prüfe, ob die Geraden einen Schnittpunkt haben.
c) Wann sind die Spendengelder aufgebraucht?
d) Zeichne die Geraden $f(x)$ und $g(x)$. Wähle auf der x-Achse 12 cm für 60 Einheiten und auf der y-Achse 2 cm für 50 Einheiten.
e) Markiere auf der x-Achse die Monate; umklammere anschließend dort auch die Jahre, für die das Spendengeld reicht.

13. Eine Schnecke bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 0,0024 $\frac{km}{h}$, Regentropfen mit 12 $\frac{km}{h}$, Brieftauben mit 72 $\frac{km}{h}$ und Windhunde mit 108 $\frac{km}{h}$.

a) Vergleiche die Geschwindigkeiten miteinander wie folgt:
Ein Regentropfen ist um ☐ schneller als eine Schnecke.
Eine Brieftaube ist um ☐ schneller als ein Regentropfen und um ☐ schneller als eine Schnecke.

b) Vergleiche die Geschwindigkeit des Windhundes mit der Geschwindigkeit einer Brieftaube, eines Regentropfens und der einer Schnecke.

14. Ein Hund und eine Katze wiegen zusammen 16,8 kg. Der Hund ist 2,5-mal so schwer wie die Katze. Wie viel wiegen beide Tiere?

15. „Zur Hälfte meiner gedachten Zahl addiere ich $\frac{1}{4}$ und den achten Teil von 4. Dann erhalte ich $\frac{7}{8}$."

16. „Ich addiere zur kleinsten durch 4 teilbaren Zahl die Zahl, die durch 5 geteilt 5 ergibt. Davon ziehe ich 17 ab und erhalte mein Alter."

17. „Multipliziere alle Teiler von 12 miteinander und subtrahiere davon nacheinander alle Teiler von 14." „Das ergibt ja eine vierstellige Zahl!"

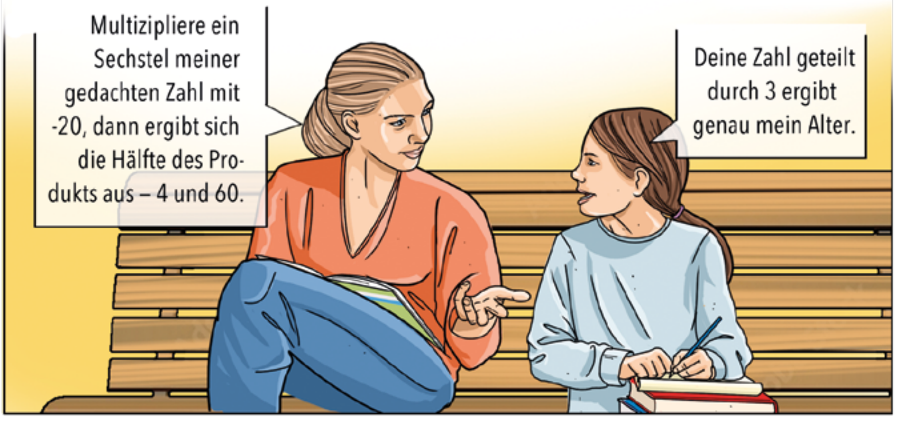
18. „Willst du das Alter meiner großen Schwester wissen?" „Na klar!"
„Dann addiere alle Primfaktoren von 36 und dividiere dann durch die Hälfte von $\frac{5}{3}$." „Ich glaube, du spinnst."

19. „Addiere zu meiner gedachten Zahl die Zahl (–3) und subtrahiere anschließend 5. Das Ergebnis ist 39."

20. „Subtrahiere von einem Drittel von $\frac{1}{3}$ die Zahl $\frac{1}{6}$. Dividiere die Differenz durch $\frac{1}{36}$."

21. „Dividiere meine gedachte Zahl durch (–5). Dann erhältst du das Produkt aus (–3) und 5."

22.



23.

24. „Ich addiere alle einstelligen geraden natürlichen Zahlen und eine weitere Zahl und erhalte das Produkt aus allen einstelligen natürlichen ungeraden Zahlen.“ „Genau so viel habe ich auf meinem Sparkonto.“

25. „Multipliziere alle einstelligen negativen ungeraden Zahlen und addiere eine weitere Zahl, sodass du –500 erhältst.“

26. Addiere nacheinander (beginnend mit 0) zu jeder einstelligen natürlichen Zahl die Gegenzahl ihres Nachfolgers bzw. bei negativen Zahlen den Nachfolger der Gegenzahl. Wie lautet das Ergebnis?

27. Multipliziere die drei Vorgänger von 11 und subtrahiere 720.
Wie lautet das Ergebnis?

28. Addiere alle Produkte, die sich ergeben, wenn du jede einstellige natürliche Zahl mit ihrem Vorgänger und ihrem einstelligen Nachfolger multiplizierst. Welche Zahl erhältst du als Ergebnis?

29. Addiere alle Primzahlen unter 40 und subtrahiere davon das Produkt aus den ersten drei Primzahlen.

☆ **30.** Eine dreistellige Zahl ist 25-mal so groß wie ihre Quersumme.
Ihre Einerziffer ist um zwei kleiner als die Zehnerziffer und ihre Hunderterziffer um zwei kleiner als die Einerziffer. Wie heißt die Zahl?

2.1 Lineare Funktionen

zu Seite 15

1. Lösungsidee

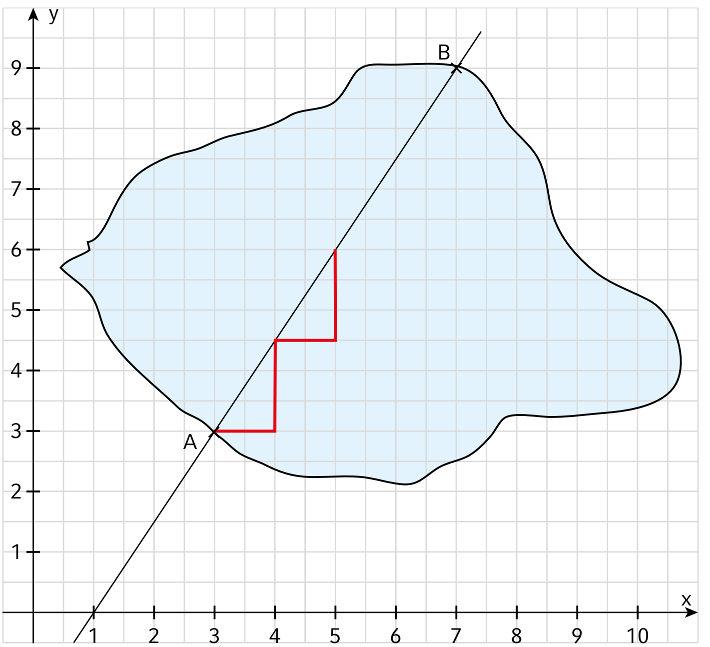
a) Denk an die Besonderheiten, die Graphen proportionaler Zuordnungen haben.
b) Die Bedeutung der Steigungen ergibt sich aus den Benennungen der Achsen. Berechne die geforderten Werte mithilfe der eingezeichneten Punkte.
c) Berechne, wie viele Sekunden eine Stunde hat. Dividiere die Kilometerzahl pro Stunde durch die Sekunden, um die zurückgelegten Meter zu erhalten.

Lösungen und **Antworten:**

a) Proportionale Zuordnungen werden mittels Ursprungsgeraden grafisch dargestellt.
b) und **c)**
A: 50 km/0,75 h = $\mathbf{66{,}\overline{6}}$ **km/h** ≈ $\dfrac{\mathbf{66{,}7 \cdot 1000\ m}}{\mathbf{3600\ m}}$ ≈ **18,5 m/s**
B: 70 km/1,25 h = **56 km/h** ≈ **15,5 m/s**
C: 40 km/0,25 h = **160 km/h** ≈ **44,4 m/s**
D: 10 km/0,75 h = $\mathbf{13{,}\overline{3}}$ **km/h** ≈ **3,7 m/s**
E: 10 km/1,5 h = $\mathbf{6{,}\overline{6}}$ **km/h** ≈ **1,85 m/s**
F: 140 km/1,25 h = **112 km/h** ≈ **31,1 m/s**
G: 150 km/0,75 h = **200 km/h** ≈ **55,56 m/s**

2. Lösungsidee

Zeichnerisch: Der y-Achsenabschnitt lässt sich aus der gezeichneten Geraden ablesen, die Steigung durch Steigungsdreiecke.
Rechnerisch: Ermittle m mittels der Zwei-Punkte-Form und setze anschließend m und die Koordinaten eines Punktes in die Geradengleichung y = mx + b ein.
Lösung: Zeichnerisch



Rechnerisch: $m = \frac{9-3}{7-3} = \frac{6}{4} = 1{,}5$
$3 = 1{,}5 \cdot 3 + b \Rightarrow b = -1{,}5$

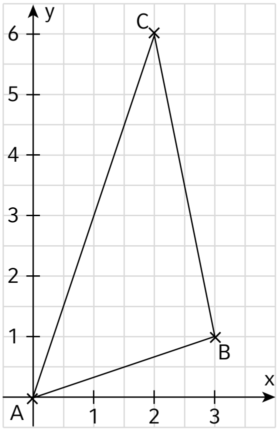
Antwort:
Die Geradengleichung lautet : $y = 1{,}5x - 1{,}5$

3. Lösungsidee

a) Ermittle die Steigungen der Geraden mittels der bekannten Formel und setze dann in die jeweilige Geradengleichung die Koordinaten eines Punktes ein, der zur Geraden gehört.

b) Um die Schnittpunkte aller Geraden zu berechnen, musst du die jeweiligen Geradengleichungen gleichsetzen. Anschließend setzt du den errechneten x-Wert in eine der Funktionsgleichungen ein, um die y-Koordinate des Schnittpunkte zu berechnen.

c) Um die Nullstellen zu berechnen, musst du alle Geradengleichungen gleich null setzen.



Lösung:

a) $g_1(x) = AB = m_1x + n_1$

$m_1 = \frac{1-0}{3-0} = \frac{1}{3}$; $0 = \frac{1}{3} \cdot 0 + n_1 \Rightarrow n_1 = 0$

$\mathbf{g_1(x) = \frac{1}{3}x}$

$g_2(x) = BC = m_2x + n_2$

$m_2 = \frac{6-1}{2-3} = -5$; $1 = (-5) \cdot 3 + n_2 \Rightarrow n_2 = 16$

$\mathbf{g_2(x) = -5x + 16}$

$g_3(x) = AC = m_3x + n_3$

$m_3 = \frac{6-0}{2-0} = 3$; $0 = 3 \cdot 0 + n_3 \Rightarrow n_3 = 0$

$\mathbf{g_3(x) = 3x}$

b) $g_1(x) = g_2(x)$

$\frac{1}{3}x = -5x + 16$

$\frac{16}{3}x = 16$

$\mathbf{x = 3;\ g_1(3) = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1 \Rightarrow S_1(3|1)}$

$g_1(x) = g_3(x)$

$\frac{1}{3}x = 3x$

$x = 0$; $g_1(0) = \frac{1}{3} \cdot 0 = 0 \Rightarrow \mathbf{S_2(0|0)}$

$g_2(x) = g_3(x)$

$-5x + 16 = 3x$

$16 = 8x$

$2 = x$; $g_3(2) = 3 \cdot 2 = 6 \Rightarrow \mathbf{S_3(2|6)}$

c) $g_1(x) = \frac{1}{3}x = 0$

$\mathbf{x = 0 \Rightarrow N_{g1}(0|0)}$

$g_2(x) = -5x + 16$

$-5x + 16 = 0$

$16 = 5x$

$\mathbf{3{,}2 = x \Rightarrow N_{g2}(3{,}2|0)}$

$g_3(x) = 3x = 0$

$\mathbf{x = 0 \Rightarrow N_{g3}(0|0)}$

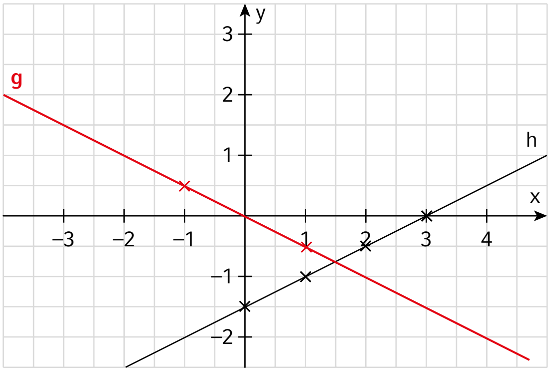
Antwort:
Es ergeben sich die Ausgangspunkte des Dreiecks.

zu Seite 16

4. Lösungsidee

Die Steigung von h ist die Gegenzahl von −0,5, der y-Achsenabschnitt ist am Punkt P ablesbar.
Um die Nullstellen zu berechnen, musst du alle Geradengleichungen gleich null setzen.
Um die Schnittpunkte der Geraden zu berechnen, musst du die beiden Geradengleichungen gleichsetzen.
Anschließend setzt du den errechneten x-Wert in eine der Funktionsgleichungen ein, um die y-Koordinate des Schnittpunkte zu berechnen.

Lösung und Antwort:
Die Gleichung der Geraden lautet: $h = 0{,}5x - 1{,}5$.



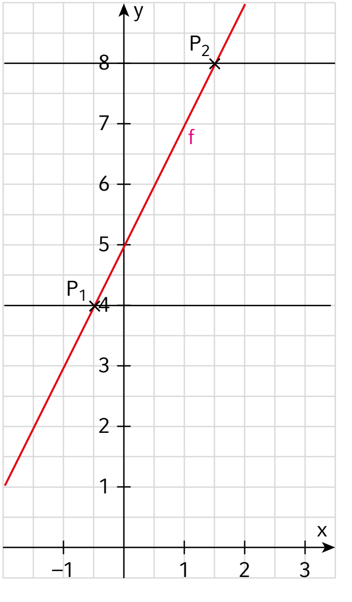
Nullstellen:
$g(x) = -0{,}5x = 0$
$\mathbf{x = 0 \Rightarrow N_g(0\,|\,0)}$
$h(x) = 0{,}5x - 1{,}5$
$0 = 0{,}5x - 1{,}5$
$1{,}5 = 0{,}5x$
$\mathbf{x = 3 \Rightarrow N_h(3\,|\,0)}$
Schnittpunkt der Geraden:
$g(x) = h(x)$
$-0{,}5x = 0{,}5x - 1{,}5$
$-x = -1{,}5$
$x = 1{,}5$
$g(1{,}5) = -0{,}5 \cdot 1{,}5 = -0{,}75 \Rightarrow \mathbf{S(1{,}5\,|\,-0{,}75)}$

5. **Lösungsidee**

a) Setze die entsprechenden Geradengleichungen gleich.
b) Überlege, was es bedeutet, wenn die y-Werte konstant bleiben.
c) Die Lösung von b) hilft bei dieser Aufgabe.

Lösung:

a) $4 = 2x + 5$; $-1 = 2x$; $x = -0{,}5$; $\mathbf{P_1(-0{,}5\,|\,4)}$ $\quad$ $8 = 2x + 5$; $3 = 2x$; $x = 1{,}5$; $\mathbf{P_2(1{,}5\,|\,8)}$



Antworten:

a) Die Geraden schneiden sich in den Punkten $P_1(-0{,}5\,|\,4)$ und $P_2(1{,}5\,|\,8)$.
b) Die Geraden $y = 4$ und $y = 8$ sind Parallelen zur x-Achse und haben somit die Steigung 0.
c) Parallele Geraden haben keinen Schnittpunkt.

Bitte vorsichtig an der Perforationskante heraustrennen

6. Lösungsidee

a) und **b)** Zeichne zunächst, um dir eine bildliche Vorstellung von der Lage der Geraden und der Form des Vierecks zu machen.
Die Kombination der zusammengehörigen x- und y-Werte ergibt die Koordinaten der Schnittpunkte.

c) Die Länge der Rechteckseiten ergibt sich aus der Differenz der entsprechenden Koordinaten.

d) Berechne den Flächeninhalt der Rechtecke unterhalb und oberhalb der x-Achse. Setze beide in prozentuale Beziehung zu dem Gesamtrechteck.

e) Halbiere dazu das Rechteck horizontal und lies den y-Wert ab.

f) Viertele das Rechteck vertikal und lies die x-Werte ab.

Lösung:

a) $\mathbf{P_1\,(2{,}5\,|\,-3{,}5),\ P_2\,(6{,}5\,|\,-3{,}5),\ P_3\,(6{,}5\,|\,1{,}5),\ P_4\,(2{,}5\,|\,1{,}5)}$

c) $x_1 - x_2 = 6{,}5 - 2{,}5 = \mathbf{4}$; $y_1 - y_2 = 1{,}5 - (-3{,}5) = 1{,}5 + 3{,}5 = \mathbf{5}$
$A = 4\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = \mathbf{20\text{ cm}^2}$

d) $A_u = 4\text{ cm} \cdot 3{,}5\text{ cm} = \mathbf{14\text{ cm}^2}$; $\mathbf{\frac{14\text{ cm}^2}{20\text{ cm}^2} = 0{,}7 = 70\,\%}$

$A_0 = 4\text{ cm} \cdot 1{,}5\text{ cm} = \mathbf{6\text{ cm}^2}$; $\mathbf{\frac{6\text{ cm}^2}{20\text{ cm}^2} = 0{,}3 = 30\,\%}$

e) $\mathbf{y = -1}$

f) $\mathbf{x = 3{,}5;\ x = 4{,}5;\ x = 5{,}5}$

Antworten:

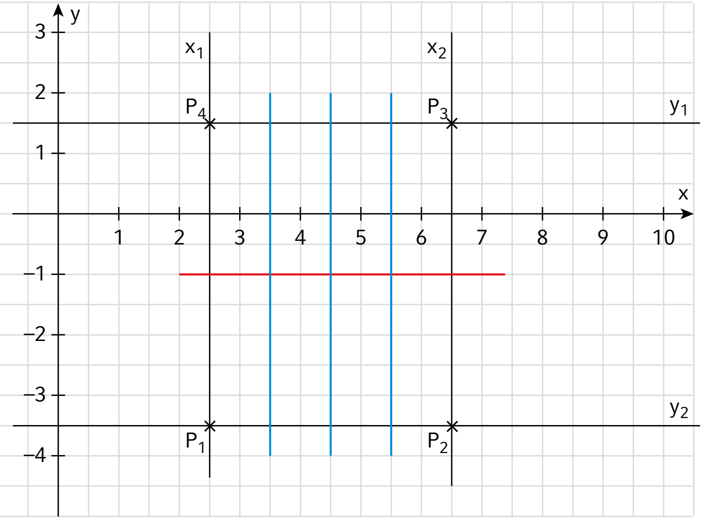
a) Siehe Zeichnung und Lösung

b) Es entsteht ein Rechteck.

c) Der Flächeninhalt des Rechtecks beträgt 20 cm².

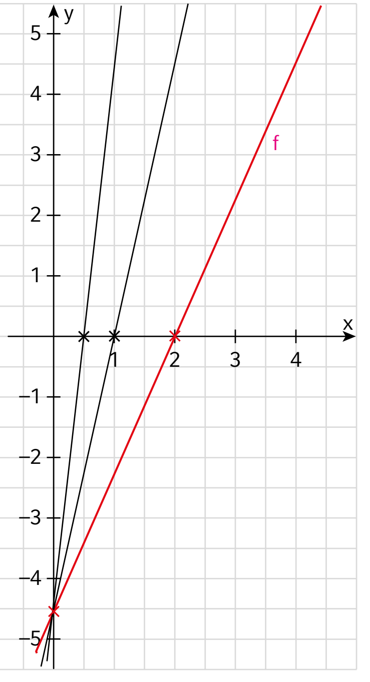
d) 30 % der Fläche liegt oberhalb der x-Achse, 70 % unterhalb.

e) und **f)** Siehe Lösung.



Bitte vorsichtig an der Perforationskante heraustrennen

7. Lösungsidee



Verdopplung (Vervierfachung) der Steigung bedeutet, den Faktor vor x entsprechend zu verändern.
Setze zur Berechnung der Nullstellen die jeweilige Geradengleichung gleich Null.

Lösung:

Nullstelle der Geraden f:
$0 = 2{,}25x - 4{,}5$
$4{,}5 = 2{,}25x$
$x = 2$
Nullstelle bei verdoppelter Steigung:
$0 = 4{,}5x - 4{,}5$
$x = 1$
Nullstelle bei vervierfachter Steigung:
$y = 9x - 4{,}5$
$x = 0{,}5$

Antwort:

Die Nullstellen sind bei $x = 2$, $x = 1$ und $x = 0{,}5$.

8. Lösungsidee

Ermittle m auf die dir bekannte Weise.
Ermittle t, indem du in $f(x) = mx + t$ die Steigung m und die Koordinaten eines Punktes einsetzt und die Gleichung nach t auflöst.
Erstelle dann die Funktionsgleichung.

Lösung:

$m = (86\,012{,}35 - 17\,202{,}47) : (5 - 1) = 68\,809{,}88 : 4 = 17\,202{,}47$
$f(x) = 17\,202{,}47 \cdot x + t$
Wegen $17\,202{,}47 \cdot 1 + t = 17\,202{,}47$ ist $t = 0$
$f(x) = 17\,202{,}47 \cdot x$
$f(60) = 17\,202{,}47 \cdot 60 = 1\,032\,148{,}20$

Antwort:

Svenjas Aussage stimmt, wenn sie sich auf Indonesische Rupien bezieht. Leider stimmt sie nicht in Bezug auf Euros.
Anmerkung: Da es sich hier um eine proportionale Zuordnung handelt, weiß man, dass $t = 0$ sein muss. Man hätte dann m direkt aus dem Umrechnungskurs für 1 Euro bestimmen können.

zu Seite 17

9. Lösungsidee

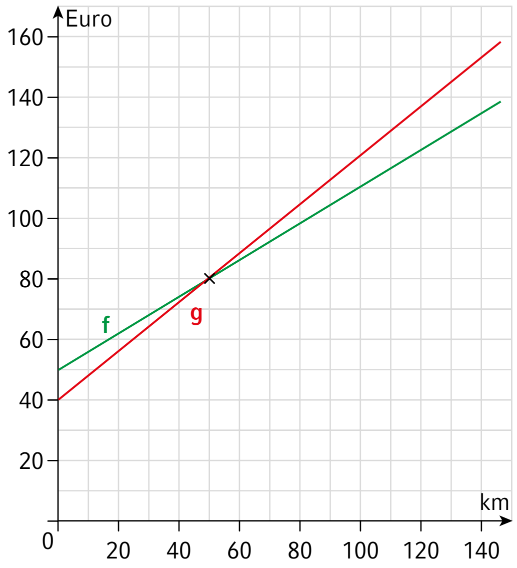
a) Die Funktionsgleichungen für $f(x) = m_1x + t_1$ (1. Angebot) und $g(x) = m_2x + t_2$ (2. Angebot) sind direkt aus den Angeboten ablesbar.
Um auszurechnen, welches Angebot günstiger ist, musst du 60 (km) in die beiden Funktionsgleichungen einsetzen und die Ergebnisse vergleichen.

b) Aus der Zeichnung kannst du den Schnittpunkt der beiden Geraden ablesen.
Rechnerisch kannst du den Schnittpunkt berechnen, indem du die beiden Funktionsgleichungen gleichsetzt.

Lösungen:

a) $f(x) = 0{,}6x + 50$
$g(x) = 0{,}8x + 40$
$f(60) = 0{,}6 \cdot 60 + 50$
$= 36 + 50$
$= \mathbf{86}$
$g(60) = 0{,}8 \cdot 60 + 40$
$= 48 + 40 = \mathbf{88}$

b) $f(x) = g(x)$
$0{,}6x + 50 = 0{,}8x + 40$
$10 = 0{,}2x$
$50 = x$
$f(50) = 0{,}6 \cdot 50 + 50 = 30 + 50 = 80$
$= g(50) = 0{,}8 \cdot 50 + 40$
$= 40 + 40 = 80$
$S(50 \mid 80)$



Antworten:

a) Für Elif ist Angebot 1 günstiger.

b) Bei einer Entfernung zwischen ursprünglichem und neuem Wohnort von 50km sind beide Angebote gleich.

10. Lösungsidee

Ermittle m auf die dir bekannte Weise.
Ermittle t, indem du in $f(x) = mx + t$ die Steigung m und die Koordinaten eines Punktes einsetzt und die Gleichung nach t auflöst.
Erstelle dann die Funktionsgleichung.
Um zu berechnen, wann der Keller leergepumpt ist, musst du die Nullstelle der Funktion berechnen.
Eigenschaften der Funktion: Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Gerade steigend oder fallend.
Für $g(x)$ gelten dieselben Lösungsideen.
Um den Schnittpunkt der beiden Geraden zu berechnen, musst du die beiden Funktionsgleichungen gleichsetzen und den errechneten x-Wert in die Funktionsgleichungen (eine würde genügen) einsetzen, um die zweite Koordinate des Schnittpunktes zu errechnen.

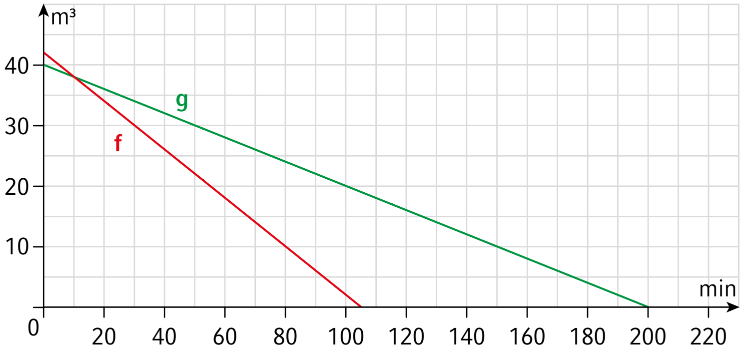
Lösungen:

a) $m = (38\ m^3 - 42\ m^3) : (10\ min - 0\ min) = -\frac{4\ m^3}{10\ min} = -0{,}4\ \frac{m^3}{min}$
Weiterrechnen ohne Einheiten
Wegen $f(10) = 38$ gilt:
$-0{,}4 \cdot 10 + t = 38$
$-4 + t = 38$
$t = 42$
$f(x) = -0{,}4 \cdot x + 42$

b) $0 = -0{,}4 \cdot x + 42$
$-42 = -0{,}4 \cdot x \quad | : (-0{,}4)$
$x = 105$; der Keller ist nach 105 Minuten leer gepumpt.

Bitte vorsichtig an der Perforationskante heraustrennen

c)



d) f(x) schneidet die y-Achse in P(0 | 42). Die Gerade ist fallend wegen des Minuszeichens bei m. Die Gerade schneidet die x-Achse in x = 105; das ist die Nullstelle der Funktion.

e) $m = -\frac{2\ m^3}{20\ min} = -0{,}2\ \frac{m^3}{min}$

Weiterrechnen ohne Einheiten

Wegen g (20) = 36 gilt:

$-0{,}2 \cdot 20 + t = 36$

$-4 + t = 36$

$t = 40$

$g(x) = -0{,}2 \cdot x + 40$

$0 = -0{,}2 \cdot x + 40$

$-40 = -0{,}2 \cdot x$

x = 200; der Keller ist nach 200 Minuten leer gepumpt.

g(x) schneidet die y-Achse in Q (0 | 40). Die Gerade ist fallend wegen des Minuszeichens bei m; sie verläuft flacher als f(x) wegen 0,4 > 0,2. Die Gerade scheidet die x-Achse in x = 200; das ist die Nullstelle der Funktion.

f) $f(x) = g(x)$

$-0{,}4x + 42 = -0{,}2x + 40$

$2 = 0{,}2x$

$10 = x$

$f(10) = -0{,}4 \cdot 10 + 42 = -4 + 42 = 38 = g(10) = -0{,}2 \cdot 10 + 40 = -2 + 40 = 38$

S (10 | 38)

Siehe auch die Abbildung unter c).

2.2 Lineare Gleichungen und Zahlenrätsel

zu Seite 18

11. **1. Lösungsidee**

a) f(x) = mx + t ist die Funktionsgleichung einer Geraden. Du solltest wissen, was m und t bedeuten und wo sich t im Koordinatensystem wiederfindet. Dann kannst du auch ausdrücken, wofür x steht (was du also an die x-Achse schreiben musst) und wofür f(x) steht (was du an die y-Achse schreiben musst).

b) Setze f(x) = g(x) und interpretiere die Lösung der Gleichung.

c) Setze in die Gleichung als y-Wert Julians Sparziel ein.

d) Setze in die Gleichung als y-Wert Romans Sparziel ein.

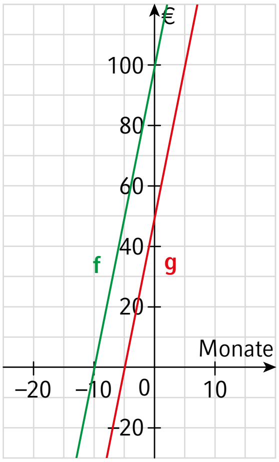
e) Berechne dazu die Nullstelle der Geraden.

f) Berechne dazu die Nullstelle der Geraden.

Lösungen:

a) $f(x) = 10x + 100$
Die 10 vor dem x steht für die 10 €, die monatlich hinzukommen, weil $m = 10$ positiv ist; das x für die Monate und die 100 € besagen, dass Julian schon 100 € angespart hat.
$g(x) = 10x + 50$
Nur ein Unterschied zu Julian: Roman hat erst 50 € angespart.

b) $f(x) = g(x)$
$10x + 100 = 10x + 50$
$100 = 50$ keine Lösung, weil rechts und links unterschiedliche Werte stehen
Die Geraden haben keinen Schnittpunkt, d. h. sie sind zueinander parallel.



c) $250 = 10x + 100$
$150 = 10x$
$15 = x$

d) $300 = 10x + 50$
$250 = 10x$
$x = 25$

e) $0 = 10x + 100$
$-10x = 100$
$x = -10$

f) $0 = 10x + 50$
$-10x = 50$
$x = -5$

g) Siehe Grafik

Antworten:

a) und **b)**: siehe Lösungen
c) Julian hat sein Sparziel in 15 Monaten erreicht.
d) Roman hat sein Sparziel in 25 Monaten erreicht.
e) Julian hat vor 10 Monaten mit dem Sparen begonnen.
f) Roman hat vor 5 Monaten mit dem Sparen begonnen.

12. Lösungsideen

a) $f(x) = g(x) = -5x + 300$
Die –5 vor dem x steht für die 5 €, die monatlich abgebucht (weniger) werden, daher ist m negativ; das x für die Monate und die 300 € besagen, dass zu Beginn auf beiden Konten 300 € vorhanden waren.
b) Setze dazu $f(x) = g(x)$ und interpretiere die Lösung der Gleichung.
c) Berechne dazu die Nullstelle einer der beiden (gleichen) Funktionen.

Lösungen

a) 300 € sind vorhanden; x steht für die Monate; die Steigung $m = -5$ ist fallend.
Also gehen monatlich 5 € von den vorhandenen 300 € herunter

b) $f(x) = g(x)$
$-5x + 300 = -5x + 300$
$0 = 0$ ist eine wahre Aussage, die für alle x gilt, also gibt es unendlich viele Lösungen. Die Geraden sind identisch.

c) Bestimme die Nullstelle einer der (gleichen) Geraden
$0 = -5x + 300$
$300 = 5x$
$x = 60$

Bitte vorsichtig an der Perforationskante heraustrennen